Il trasporto di energia termica: introduzione e trasporto conduttivo

Principi di Ingegneria Chimica Ambientale

Meccanismi di trasmissione del calore

La Trasmissione del Calore può avvenire con meccanismi diversi:

- **Conduzione**

  è il meccanismo tipico dei solidi (nei fluidi è un meccanismo secondario); non prevede infatti trasferimento di materia

- **Convezione**

  è il meccanismo tipico dei fluidi: prevede infatti movimenti macroscopici di materia. La convezione è **forzata** se il fluido è forzato a fluire sulla superficie solida da dispositivi esterni (es. un ventilatore, una pompa, il vento). La convezione è **naturale** (o **libera**) se il movimento del fluido è causato da forze ascensionali indotte da differenze di densità legate alle variazioni di temperatura nel fluido

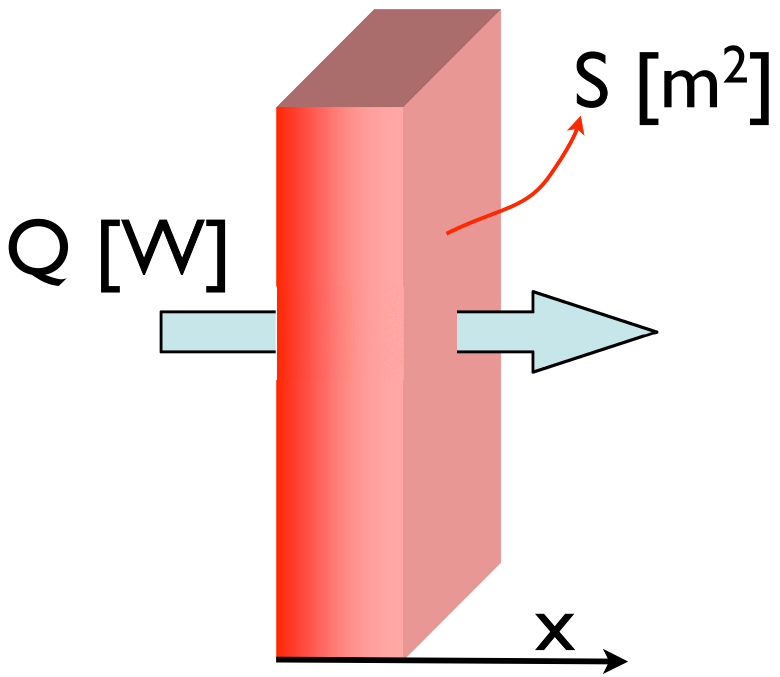
- **Irraggiamento**

  E’ una forma particolare di trasmissione del calore attuata mediante onde elettromagnetiche. Tutti i corpi al di sopra dello 0 K emettono onde elettromagnetiche.

Il flusso termico

Il flusso termico q, in una determinata direzione x, è la quantità di calore Q (Q=portata di calore in Watt) che si propaga nella direzione x per unità superficie perpendicolare alla direzione x. Le unità di q sono W/m^2

$$q = \frac{Q}{S}$$

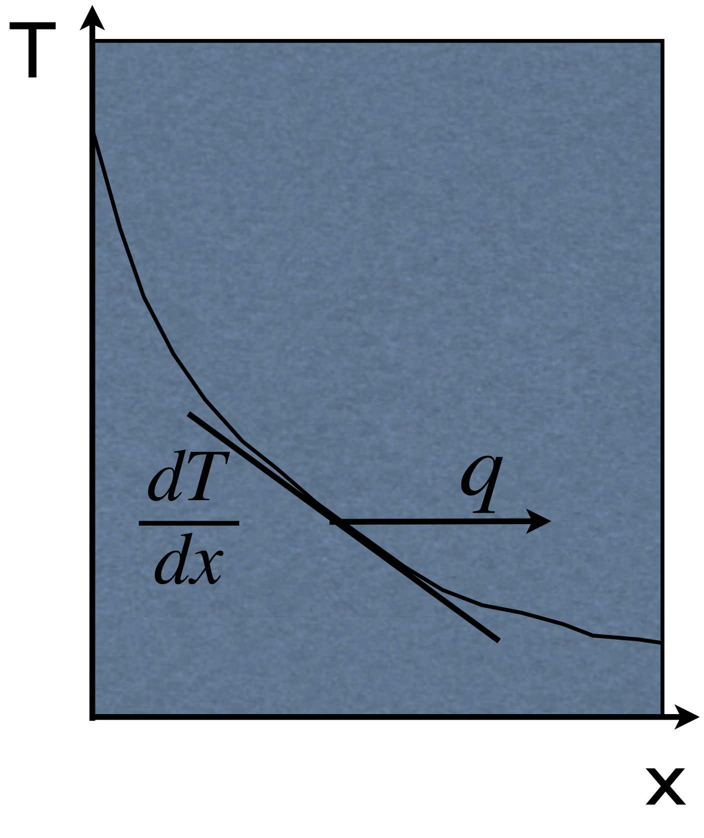


Il flusso conduttivo

Il flusso termico q che si trasmette per conduzione all'interno di un solido è descritto dall'equazione di Fourier: in ogni punto

$$q=-k\frac{dT}{dx}$$

il flusso termico è proporzionale al gradiente di temperatura $^{dT}/_{dx}$, diretto nella direzione delle temperature decrescenti. La costante di proporzionalità fra q e $^{dT}/_{dx}$ è una proprietà del mezzo e si chiama ***conducibilità termica***



Il flusso conduttivo

In una lastra piana, a regime, se il calore si propaga nella sola direzione dello spessore, il flusso termico entrante attraverso una superficie è uguale al flusso termico uscente attraverso l'altra superficie

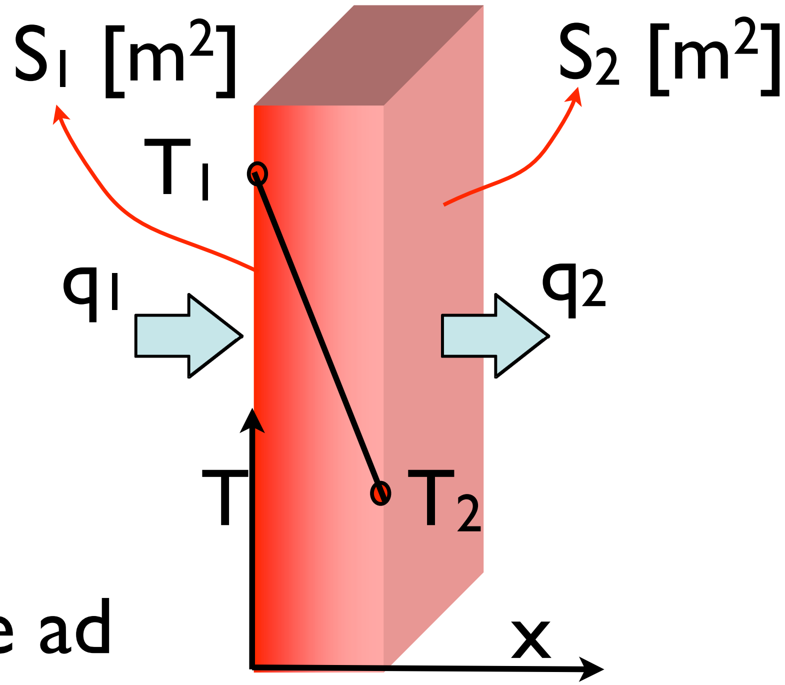
Infatti, dal I principio della Termodinamica (bilancio di energia), a regime

$$q_1 S_1 = q_2 S_2$$

e siccome $S_1 = S_2$

$$q_1 = q_2$$

questo risultato si può estendere ad ogni superficie perpendicolare a x



Conduzione in regime stazionario
Lastra piana

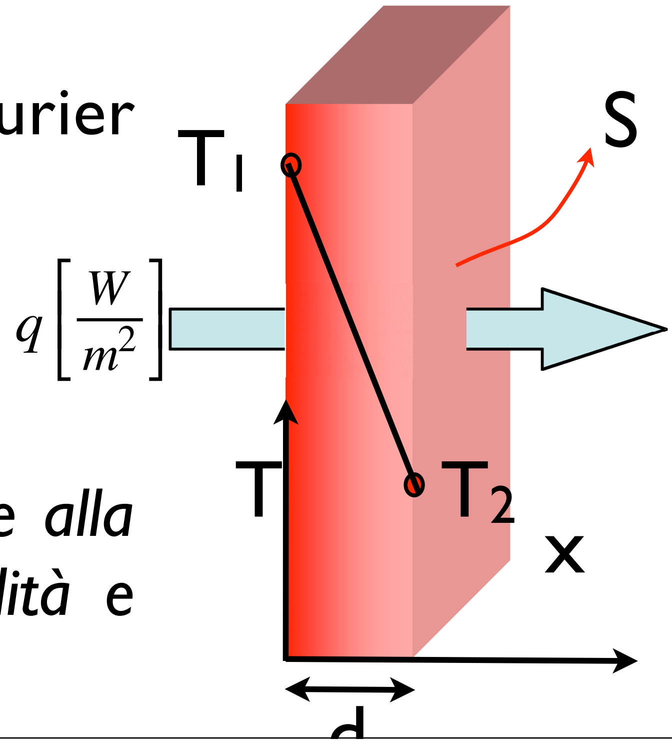
Consideriamo una lastra piana sottile (ossia di spessore d molto minore delle altre due dimensioni lineari)

Supponiamo che le due superfici laterali siano mantenute a due temperature diverse $T_1 > T_2$

A regime, siccome q è costante con x, la temperatura cambia linearmente con x

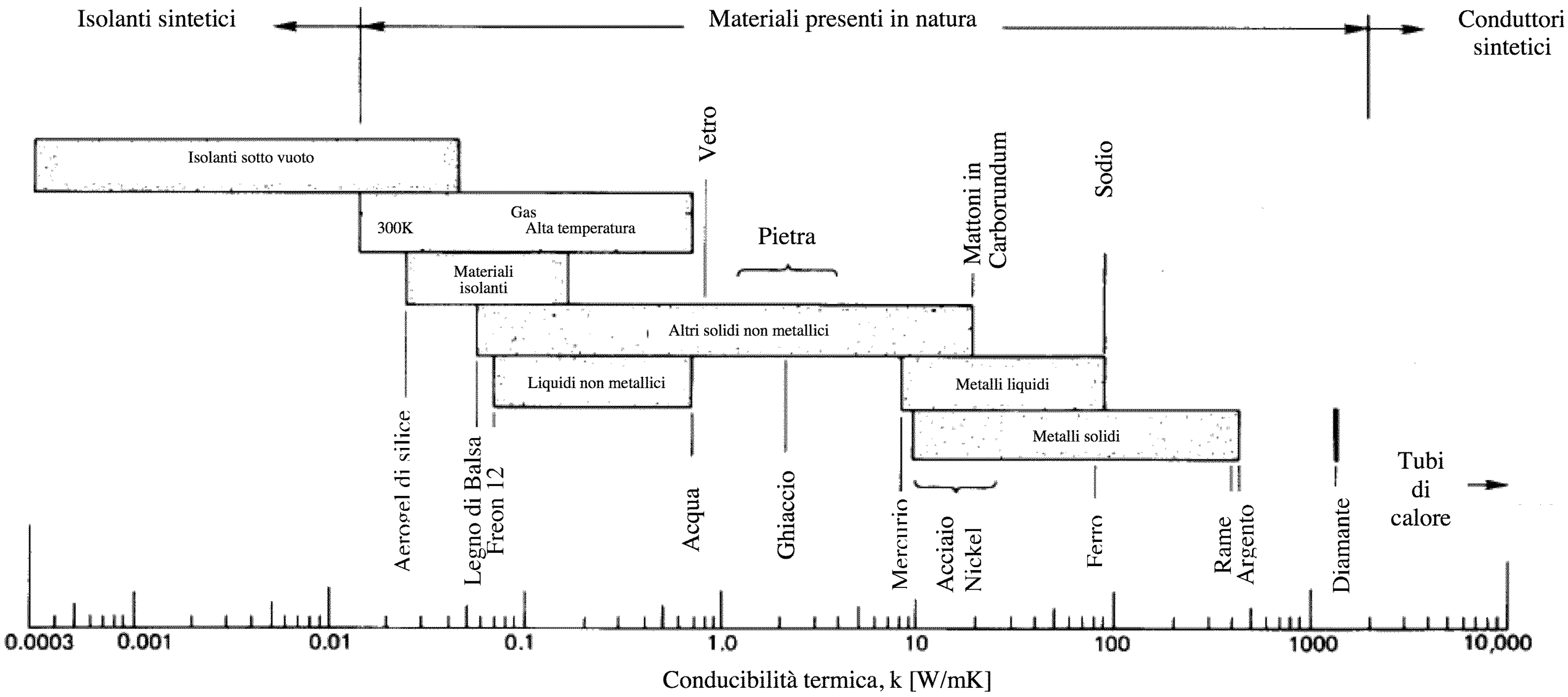
Inoltre, l'integrale dell'equazione di Fourier fornisce

$$q = -\frac{k}{d}(T_2 - T_1) \quad \text{e quindi} \quad Q = -\frac{k}{d}S(T_2 - T_1)$$



la portata termica è direttamente proporzionale alla differenza di T, alla superficie e alla conducibilità e inversamente proporzionale allo spessore

La conducibilità termica



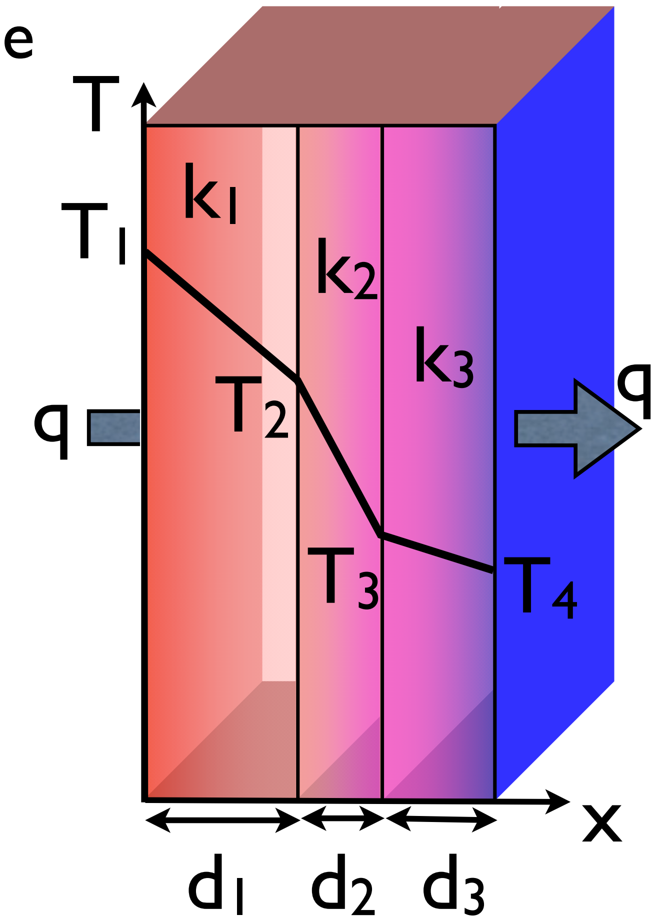
La conducibilità si misura in $^{W}/_{m\,K}$

Gli isolanti hanno bassa conducibilità,
i conduttori alta conducibilità

Conduzione in regime stazionario
Parete piana composta

Supponiamo ora che il sistema sia formato da tre lastre parallele, ognuna di spessore diverso, ognuna con conducibilità diversa.

L'applicazione del I Principio a ciascuna lastra dimostra facilmente che il flusso termico che attraversa il sistema è costante con x



Si possono scrivere 3 equazioni:
$$\begin{cases} q = -k_1 \dfrac{(T_2 - T_1)}{d_1} \\ q = -k_2 \dfrac{(T_3 - T_2)}{d_2} \\ q = -k_3 \dfrac{(T_4 - T_3)}{d_3} \end{cases}$$

che risolte forniscono $q = U(T_1 - T_4)$

con $U = \left(\dfrac{d_1}{k_1} + \dfrac{d_2}{k_2} + \dfrac{d_3}{k_3} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{3} \dfrac{d_i}{k_i} \right)^{-1}$

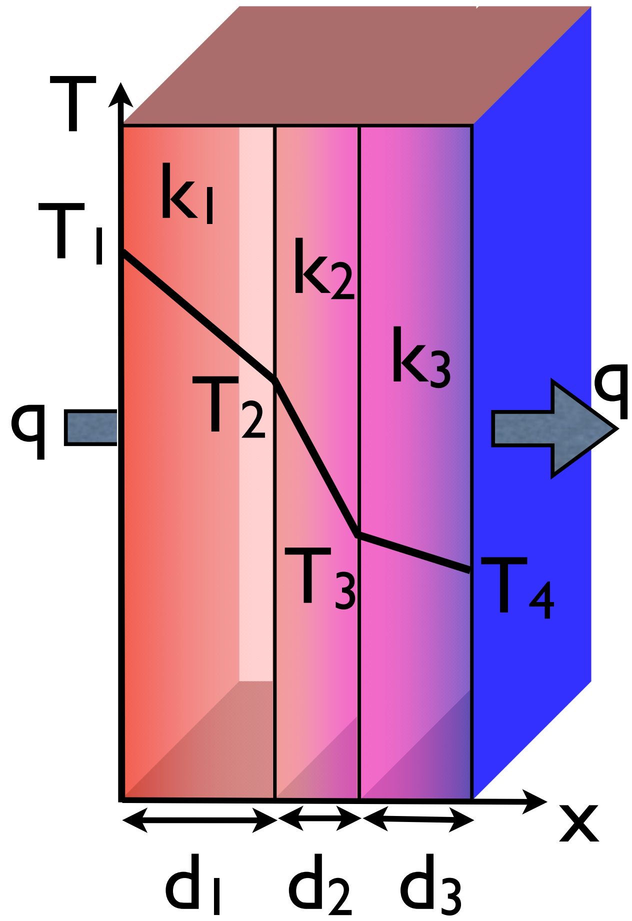
Conduzione in regime stazionario

Parete piana composta

All'interno di ogni lastra $q = -k\dfrac{dT}{dx}$ = costante (a regime)
quindi T è lineare

inoltre, la pendenza della temperatura è più alta nei corpi che hanno conducibilità minore, dovendo essere

$$\frac{q}{k} = -\frac{dT}{dx}$$



Nella figura, quindi,
$k_3 > k_1 > k_2$

Conduzione in regime stazionario

geometria cilindrica

Consideriamo un elemento cilindrico, di lunghezza L molto maggiore del raggio, compreso fra un raggio R_1 e un raggio R_2

Il flusso q_1, entrante a R_1 e il flusso q_2, uscente a R_2, a regime, sono legati dal I Principio (bilancio di energia)

$$q_1 \, 2 \pi R_1 L = q_2 \, 2 \pi R_2 L$$

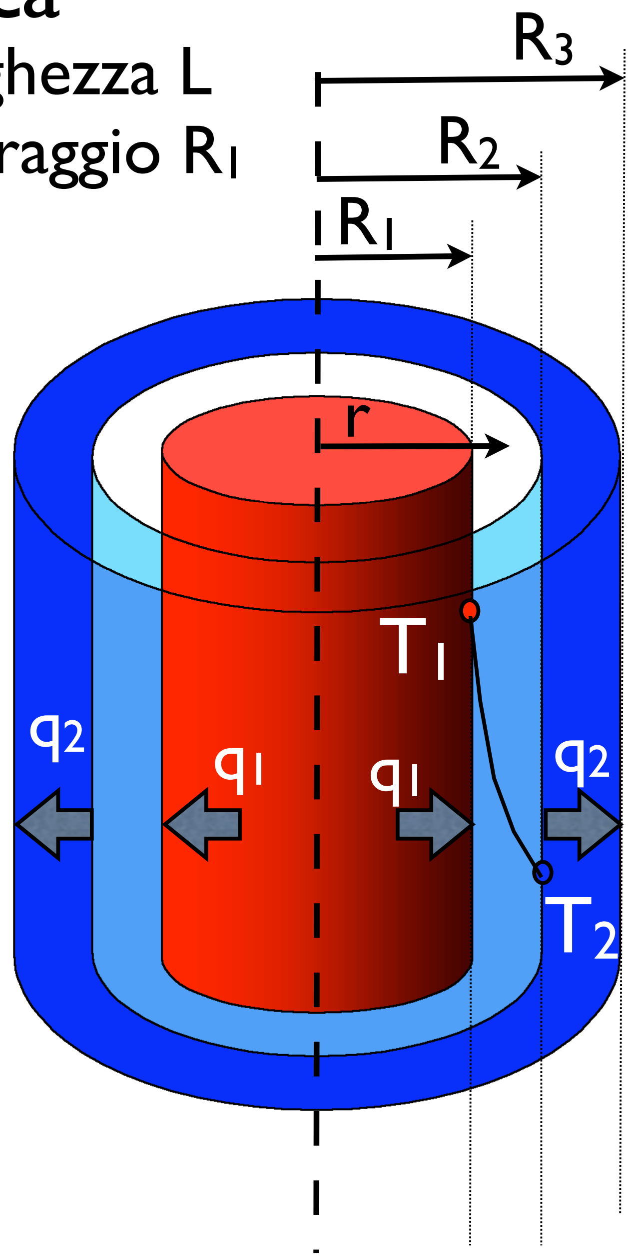
e quindi $$q_2 = q_1 R_1/R_2$$

In generale, ad ogni raggio generico r

$$q = q_1 R_1/r = q_2 R_2/r$$

Anche in geometria cilindrica vale la legge di Fourier, che si scrive

$$q = -k \frac{dT}{dr}$$

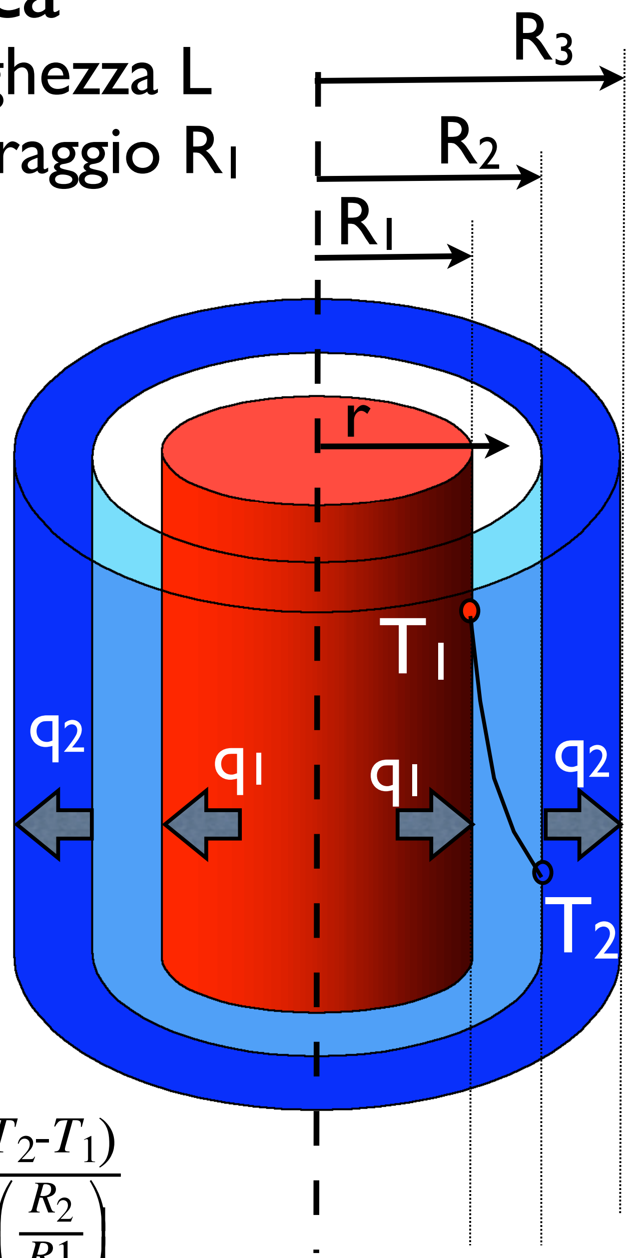


Conduzione in regime stazionario
geometria cilindrica

Consideriamo un elemento cilindrico, di lunghezza L molto maggiore del raggio, compreso fra un raggio R_1 e un raggio R_2

Supponiamo che le due superfici a R_1 e R_2 siano mantenute a due temperature diverse $T_1 > T_2$

A regime, siccome q non è costante con r, la temperatura non cambia linearmente con r



L'integrale dell'equazione di Fourier fornisce

$$q_1 R_1 = q_2 R_2 = -\frac{k(T_2 - T_1)}{ln\left(\frac{R_2}{R1}\right)}$$

E quindi la portata termica che attraversa l'elemento è

$$Q = q_1 2\pi R_1 L = q_2 2\pi R_2 L = -2\pi L \frac{k(T_2 - T_1)}{ln\left(\frac{R_2}{R1}\right)}$$

Conduzione in regime stazionario
geometria cilindrica

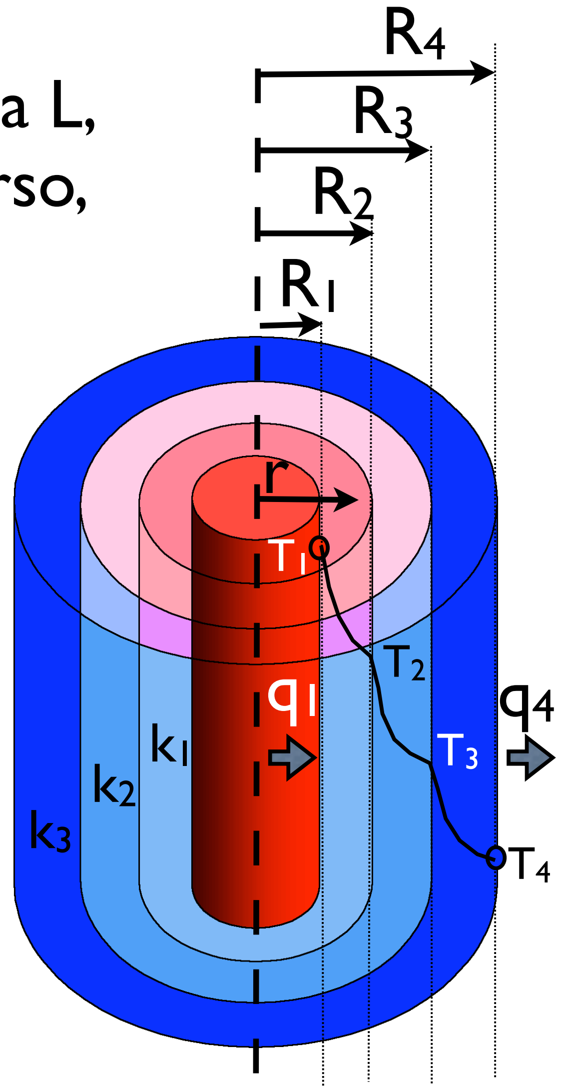
Consideriamo un elemento cilindrico, di lunghezza L, composto da più guaine, ognuna di spessore diverso, ognuna con conducibilità diversa

L'applicazione del I Principio a ciascuno strato dimostra facilmente che il flusso termico che attraversa il sistema dipende da x secondo l'equazione

$$q = q_1 R_1/r = q_2 R_2/r = q_3 R_3/r = q_4 R_4/r$$

Si possono scrivere 3 equazioni:

$$\begin{cases} q_1 R_1 = q_2 R_2 = -\dfrac{k_1}{ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}(T_2 - T_1) \\ q_2 R_2 = q_3 R_3 = -\dfrac{k_2}{ln\left(\dfrac{R_3}{R_2}\right)}(T_3 - T_2) \\ q_3 R_3 = q_4 R_4 = -\dfrac{k_2}{ln\left(\dfrac{R_4}{R_3}\right)}(T_4 - T_3) \end{cases}$$



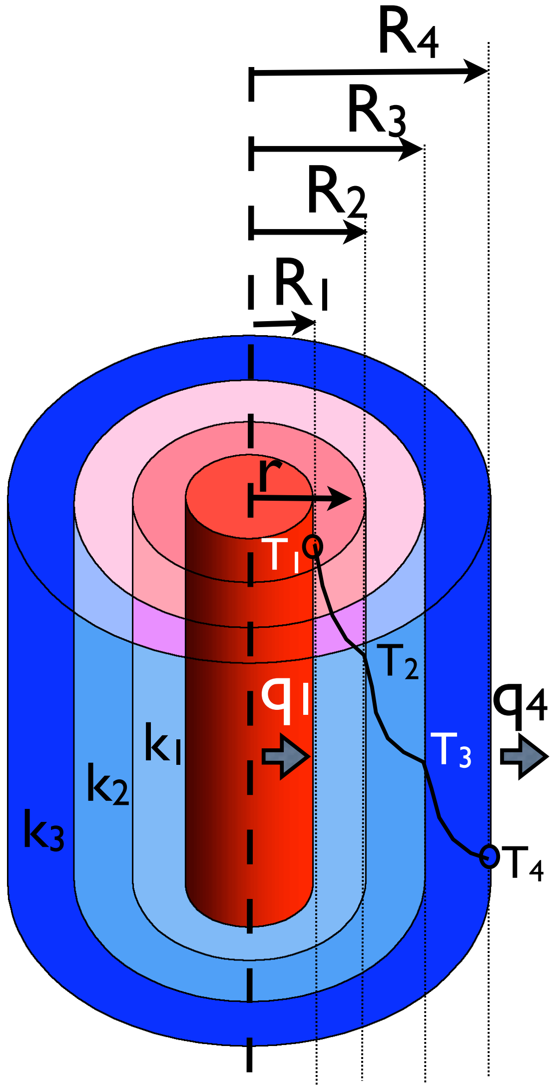
Conduzione in regime stazionario
geometria cilindrica

$$
\begin{cases}
q_1 R_1 = q_2 R_2 = -\dfrac{k_1}{ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}(T_2 - T_1) \\
q_2 R_2 = q_3 R_3 = -\dfrac{k_2}{ln\left(\dfrac{R_3}{R_2}\right)}(T_3 - T_2) \\
q_3 R_3 = q_4 R_4 = -\dfrac{k_2}{ln\left(\dfrac{R_4}{R_3}\right)}(T_4 - T_3)
\end{cases}
$$

che risolte forniscono

$$q = U_r (T_1 - T_4)$$

con $$U_r = \frac{1}{r}\left(\frac{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{k_1} + \frac{ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)}{k_2} + \frac{ln\left(\frac{R_3}{R_4}\right)}{k_3} \right)^{-1} = \frac{1}{r}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{ln\left(\frac{R_{i+1}}{R_i}\right)}{k_i} \right)^{-1}$$



oss.: $U_{R1} \neq U_{R2} \neq U_{R3}$ ma $U_{R1} R_1 = U_{R2} R_2 = U_{R3} R_3 = U_r r$

la portata termica vale $Q = U_r 2\pi r L (T_1 - T_4)$