

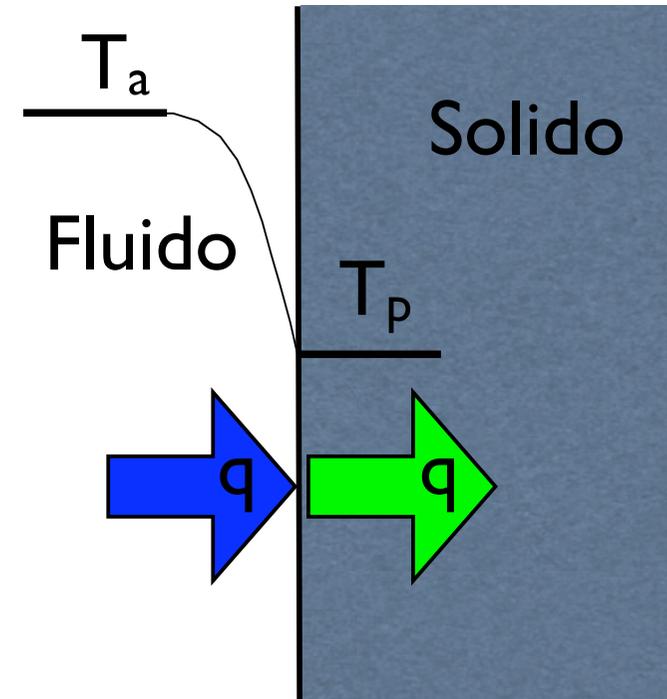
**Il trasporto di energia
termica:
le interfacce solido-fluido e
il trasporto convettivo**

Principi di Ingegneria Chimica Ambientale

Il Coefficiente di Scambio Termico

Consideriamo l'interfaccia fra un solido ed un fluido in movimento

Se esiste una differenza di temperatura fra il fluido (che si trova a T_a) e la superficie del solido (che si trova a T_p), si instaura un flusso termico (convettivo, perchè dovuto al moto del fluido) che attraversa l'interfaccia nella direzione che va dalla temperatura più alta a quella più bassa. Tale flusso dipende in maniera complessa dalla natura fisica del fluido, dalla sua temperatura, e dal suo stato di moto. Tuttavia, il flusso è funzione principalmente della differenza di temperatura.



Newton ha semplificato il problema scrivendo per la convezione termica la seguente legge (*legge del raffreddamento*): $q = h(T_a - T_p)$

che definisce il **coefficiente di scambio termico h**:

$$h \equiv q / (T_a - T_p)$$

le unità di h
sono W/m^2K

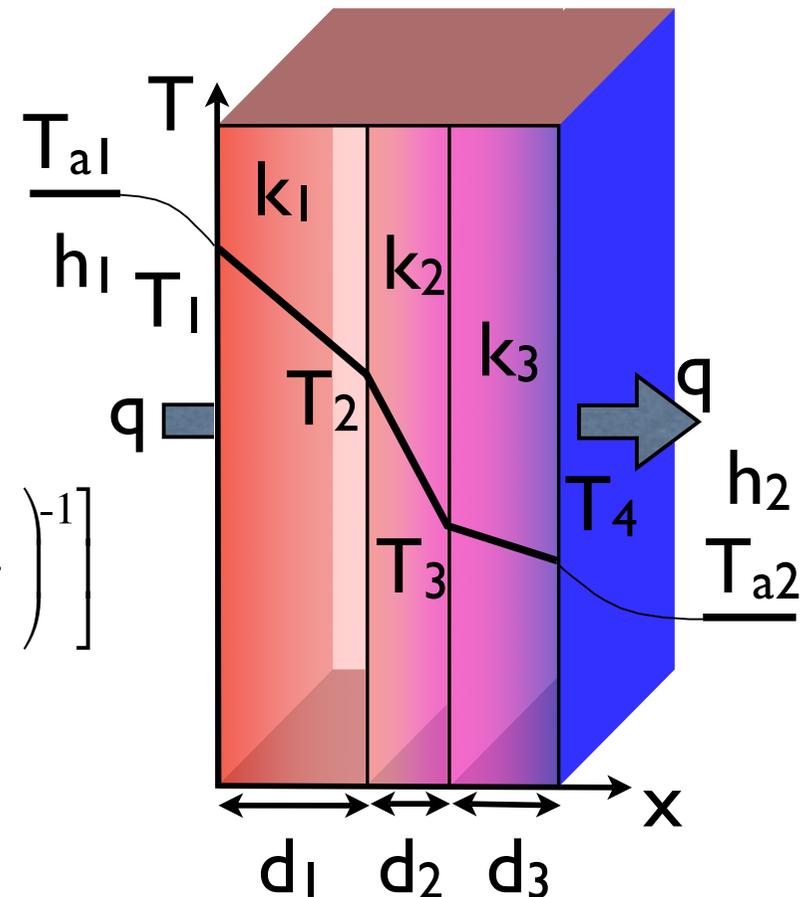
Il coefficiente di scambio complessivo

Parete piana composta

In figura è riportato il profilo termico di temperatura da un fluido caldo a temperatura T_{a1} ed un fluido freddo a temperatura T_{a2} . Fra i due fluidi è interposta una parete composta da più strati.

Il coeff. di scambio termico convettivo fra il fluido caldo e la parete solida vale h_1 , quello fra il fluido freddo e la parete solida vale h_2

Si possono scrivere 3 equazioni:

$$\begin{cases} q = h_{a1}(T_{a1} - T_1) \\ q = U(T_4 - T_1) \\ q = h_{a2}(T_4 - T_{a2}) \end{cases} \text{ con } \left[U = \left(\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{k_i} \right)^{-1} \right]$$


Il coefficiente di scambio complessivo

Parete piana composta

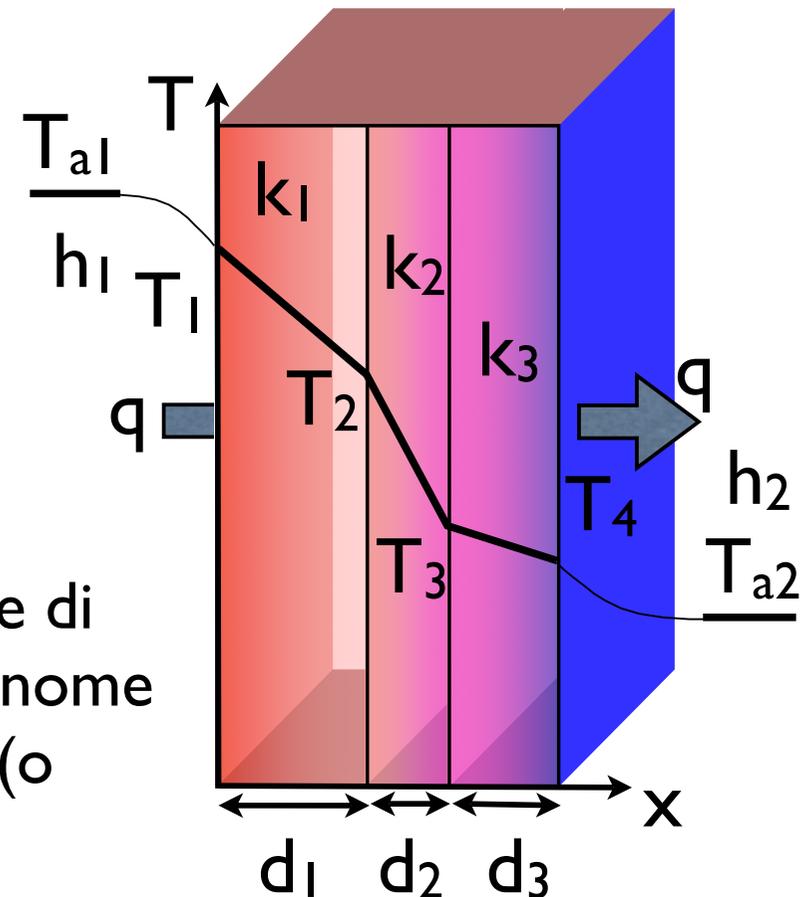
Si possono scrivere 3 equazioni:
$$\begin{cases} q = h_{a1}(T_{a1} - T_1) \\ q = U(T_4 - T_1) \\ q = h_{a2}(T_4 - T_{a2}) \end{cases} \text{ con } \left[U = \left(\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{k_i} \right)^{-1} \right]$$

che risolte forniscono

$$q = U_T (T_{a1} - T_{a2})$$

con
$$U_T = \left(\frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{k_i} + \frac{1}{h_2} \right)^{-1}$$

U_T ha le dimensioni di un coefficiente di scambio termico (W/m^2K) e prende il nome di **Coefficiente Complessivo** (o **Totale**) di scambio termico



Il coefficiente di scambio complessivo geometria cilindrica

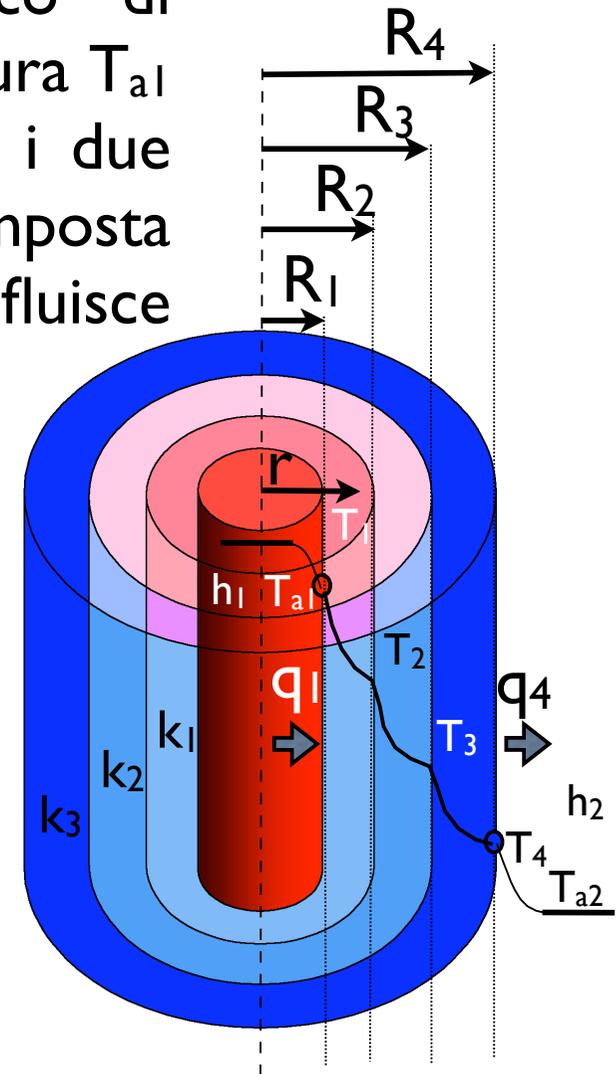
In figura è riportato il profilo termico di temperatura da un fluido caldo a temperatura T_{a1} ed un fluido freddo a temperatura T_{a2} . Fra i due fluidi è interposta una parete cilindrica composta da più strati (si immagini un condotto in cui fluisce un fluido caldo).

Il coeff. di scambio termico convettivo fra il fluido caldo e la parete solida vale h_1 , quello fra il fluido freddo e la parete solida vale h_2

Si possono scrivere
3 equazioni:

$$\begin{cases} q_1 R_1 = h_1 R_1 (T_{a1} - T_1) \\ q_1 R_1 = q_4 R_4 = U_r r (T_4 - T_1) \\ q_4 R_4 = h_2 R_4 (T_4 - T_{a2}) \end{cases}$$

con
$$U_r = \frac{1}{r} \left(\frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{k_1} + \frac{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)}{k_2} + \frac{\ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right)}{k_3} \right)^{-1}$$



Il coefficiente di scambio complessivo geometria cilindrica

Si possono scrivere 3 equazioni:

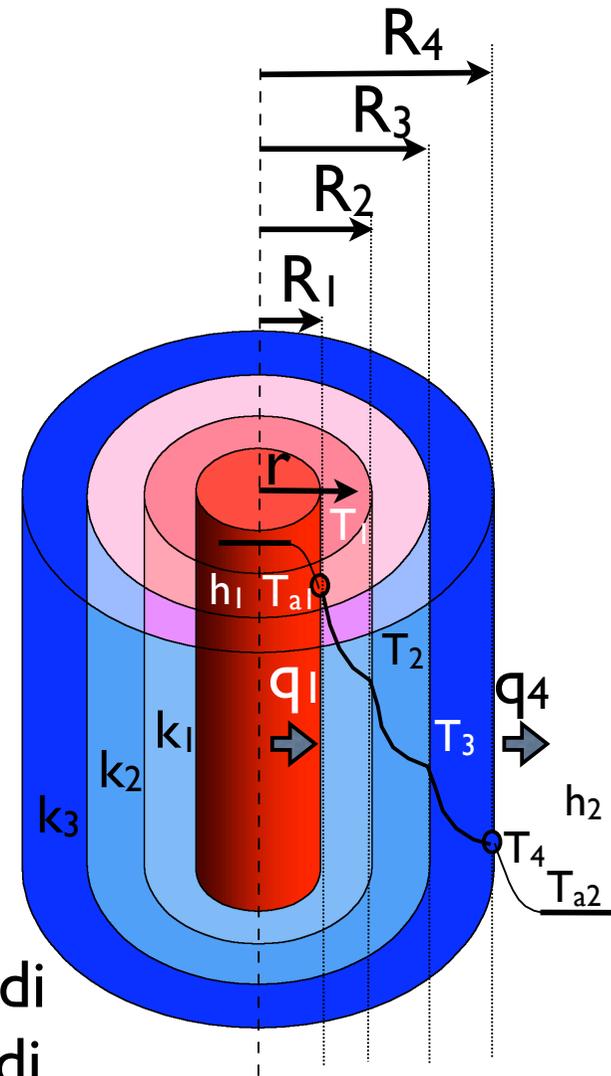
$$\begin{cases} q_1 R_1 = h_1 R_1 (T_{a1} - T_1) \\ q_1 R_1 = q_4 R_4 = U_r r (T_4 - T_1) \\ q_4 R_4 = h_2 R_4 (T_4 - T_{a2}) \end{cases}$$

che risolte forniscono

$$q = U_{rT} (T_{a1} - T_{a2})$$

$$U_{rT} = \frac{1}{r} \left(\frac{1}{R_1 h_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\ln\left(\frac{R_{i+1}}{R_i}\right)}{k_i} + \frac{1}{R_2 h_2} \right)^{-1}$$

U_{rT} ha le dimensioni di un coefficiente di scambio termico (W/m^2K) e prende il nome di **Coefficiente Complessivo** (o **Totale**) di scambio termico **al raggio r**



Calcolo del coefficiente di scambio termico

Tale coefficiente dipende in maniera complessa dalla natura fisica del fluido, dalla sua temperatura, e dal suo stato di moto.

Molti fenomeni complessi possono essere descritti mediante opportuni raggruppamenti di grandezze fisiche detti *numeri adimensionali*.

Il coefficiente di scambio, per varie geometrie e per vari stati di moto, viene solitamente tabellato come correlazioni fra numeri adimensionali

Principali numeri adimensionali per il trasporto convettivo

Numero di Nusselt

WILHELM NUSSOLT

1882-1957



Ingegnere tedesco

$$Nu = \frac{hL}{k}$$

Rappresenta il rapporto fra il flusso termico che si realizza ad un'interfaccia e il flusso puramente conduttivo (L è una lunghezza caratteristica del solido)

$$Nu = \frac{h\Delta T}{k \frac{\Delta T}{L}}$$

Principali numeri adimensionali per il trasporto convettivo

Numero di Prandtl

LUDWIG PRANDTL

1875-1953



Fisico tedesco

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k}$$

μ =viscosità

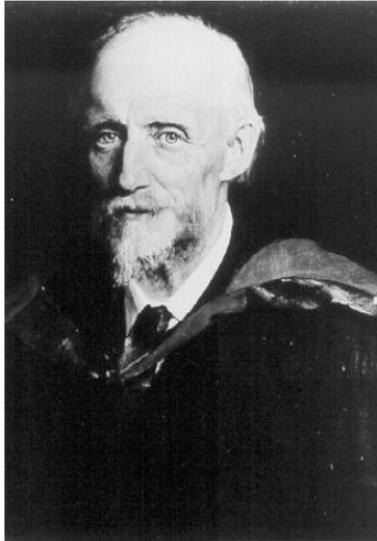
Tiene in conto le proprietà fisiche del fluido, in particolare le proprietà di trasporto

Principali numeri adimensionali per il trasporto convettivo

Numero di Reynolds

OSBOURNE REYNOLDS

1842-1912



Ingegnere e fisico inglese

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

Tiene in conto lo stato di moto (U è la velocità media del fluido, L è una lunghezza caratteristica del solido).

Si utilizza nella convezione forzata (in cui U è imposta dall'esterno)

Principali numeri adimensionali per il trasporto convettivo

FRANZ GRASHOF

1826-1893



Ingegnere tedesco

Numero di Grashof

$$Gr = \frac{\rho^2 L^3 g \Delta\rho}{\mu^2 \rho}$$

Tiene in conto la convezione naturale attraverso la variazione di densità e la gravità

Se la variazione di densità è dovuta solo alla temperatura

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \beta\Delta T$$

Se il gas è un gas ideale $\beta = \frac{1}{T}$

Il coefficiente di scambio termico

Il legame funzionale per la convezione forzata è del tipo:

$$\text{Nu} = a \text{Re}^b \text{Pr}^c$$

Il legame funzionale per la convezione naturale è del tipo:

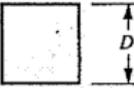
$$\text{Nu} = d \text{Gr}^e \text{Pr}^f$$

Il coefficiente di scambio termico

Il legame funzionale per la convezione forzata è del tipo:

$$Nu = a Re^b Pr^c$$

Correlazioni empiriche per il numero di Nusselt medio per convezione forzata su cilindri circolari e non circolari in flusso trasversale (da Zhukauskas e Jakob)

Sezione trasversale del cilindro	Fluido	Campo di Re	Numero di Nusselt
Cerchio 	Gas o liquido	0.4-4 4-40 40-4000 4000-40 000 40 000-400 000	$Nu = 0.989 Re^{0.330} Pr^{1/3}$ (12-35) $Nu = 0.911 Re^{0.385} Pr^{1/3}$ (12-36) $Nu = 0.683 Re^{0.466} Pr^{1/3}$ (12-37) $Nu = 0.193 Re^{0.618} Pr^{1/3}$ (12-38) $Nu = 0.027 Re^{0.805} Pr^{1/3}$ (12-39)
Quadrato 	Gas	5000-100 000	$Nu = 0.102 Re^{0.675} Pr^{1/3}$ (12-40)
Quadrato (ruotato di 45°) 	Gas	5000-100 000	$Nu = 0.246 Re^{0.588} Pr^{1/3}$ (12-41)
Esagono 	Gas	5000-100 000	$Nu = 0.153 Re^{0.638} Pr^{1/3}$ (12-42)
Esagono (ruotato di 45°) 	Gas	5000-19 500 19 500-100 000	$Nu = 0.160 Re^{0.638} Pr^{1/3}$ (12-43) $Nu = 0.0385 Re^{0.782} Pr^{1/3}$ (12-44)
Lastra verticale 	Gas	4000-15 000	$Nu = 0.228 Re^{0.731} Pr^{1/3}$ (12-45)
Ellisse 	Gas	2500-15 000	$Nu = 0.248 Re^{0.612} Pr^{1/3}$ (12-46)

Correlazioni per moto in condotti

$$Nu = 1.86 \left(Re Pr \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_m}{\mu_s} \right)^{0.14} \quad Re < 2100 \quad Pr > 0.5$$

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$$

$Re < 10000 \quad 0.7 < Pr < 160$

$n = 0.4$ per il riscaldamento e
 0.3 per il raffreddamento

Per il moto in condotti, le proprietà vanno valutate alla temperatura media fra l'ingresso e l'uscita

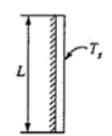
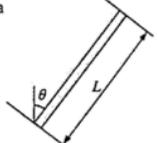
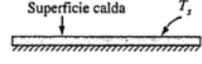
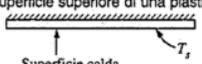
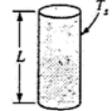
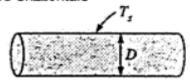
Per il moto su oggetti, le proprietà vanno valutate alla temperatura media fra la superficie e il fluido

Il coefficiente di scambio termico

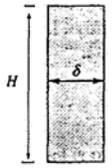
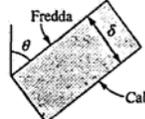
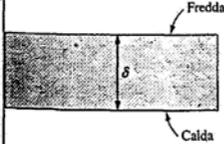
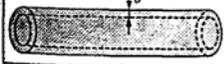
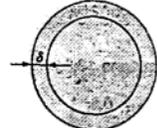
Il legame funzionale per la convezione naturale è del tipo:

$$Nu = d Gr^e Pr^f$$

Correlazioni empiriche per il numero di Nusselt per convezione naturale su superfici

Geometria	Lunghezza caratteristica δ	Campo di Ra	Numero di Nusselt
Piastra verticale 	L	$10^4 \div 10^9$ $10^8 \div 10^{13}$	$Nu = 0.59 Ra^{1/4}$ (13.8) $Nu = 0.1 Ra^{1/2}$ (13.9)
Piastra inclinata 	L		Usare le equazioni della piastra verticale come primo grado di approssimazione Sostituire g con g cos theta per Ra < 10^9
Piastra orizzontale (Area della superficie A e perimetro p) a) Superficie superiore di una piastra calda (o superficie inferiore di una piastra fredda) 	A/p	$10^4 \div 10^7$ $10^7 \div 10^{11}$	$Nu = 0.54 Ra^{1/4}$ (13.11) $Nu = 0.15 Ra^{1/2}$ (13.12)
b) Superficie inferiore di una piastra calda (o superficie superiore di una piastra fredda) 		$10^5 \div 10^{11}$	$Nu = 0.27 Ra^{1/4}$ (13.13)
Cilindro verticale 	L		Un cilindro verticale può essere trattato come una piastra verticale quando $D \geq \frac{35L}{Gr^{1/4}}$ (13.14)
Cilindro orizzontale 	D	$10^5 \div 10^{12}$	$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 Ra^{1/8}}{[1 + (0.559/Pr)^{1/4}]^{1/4}} \right\}^2$ (13.15)
Sfera 	$\frac{1}{2} \pi D$	Ra ≤ 10 ¹¹ (Pr ≥ 0.7)	$Nu = 2 + \frac{0.589 Ra^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{1/4}]^{1/4}}$ (13.16)

Correlazioni empiriche per il numero di Nusselt per convezione naturale in cavità (la lunghezza caratteristica δ è indicata nella relativa figura) $Ra = Gr Pr$

Geometria	Fluido	H/δ	Campo di Pr	Campo di Ra	Numero di Nusselt
Cavità rettangolare verticale (o cavità cilindrica verticale) 	Gas o liquido	—	—	Ra < 2000	Nu = 1
	Gas	11-42	0.5 ÷ 2	$2 \times 10^3 \div 2 \times 10^6$	$Nu = 0.197 Ra^{1/4} \left(\frac{H}{\delta}\right)^{-1/9}$
		11-42	0.5 ÷ 2	$2 \times 10^5 \div 10^7$	$Nu = 0.073 Ra^{1/2} \left(\frac{H}{\delta}\right)^{-1/9}$
	Liquido	10-40	1 ÷ 20 000	$10^4 \div 10^7$	$Nu = 0.042 Pr^{0.012} Ra^{1/4} \left(\frac{H}{\delta}\right)^{-0.3}$
		1-40	1 ÷ 20	$10^8 \div 10^9$	Nu = 0.046 Ra ^{1/3}
Cavità rettangolare inclinata 					Si usino le correlazioni per le cavità verticali come primo grado di approssimazione per θ ≤ 20° sostituendo g con g cos θ nella relazione per Ra
Cavità rettangolare orizzontale (superficie calda in alto)	Gas o liquido	—	—	—	Nu = 1
Cavità rettangolare orizzontale (superficie calda in basso) 	Gas o liquido	—	—	Ra < 1700	Nu = 1
		—	0.5 ÷ 2	$1.7 \times 10^3 \div 7 \times 10^5$	Nu = 0.059 Ra ^{0.4}
	Gas	—	0.5 ÷ 2	$7 \times 10^3 \div 3.2 \times 10^6$	Nu = 0.212 Ra ^{1/4}
		—	0.5 ÷ 2	Ra > 3.2 × 10 ⁵	Nu = 0.061 Ra ^{1/2}
	Liquido	—	1 ÷ 5000	$1.7 \times 10^3 \div 6 \times 10^5$	Nu = 0.012 Ra ^{0.6}
		—	1 ÷ 5000	$6 \times 10^3 \div 3.7 \times 10^6$	Nu = 0.375 Ra ^{0.2}
		—	1 ÷ 20	$3.7 \times 10^4 \div 10^8$	Nu = 0.13 Ra ^{0.3}
		—	1 ÷ 20	Ra > 10 ⁸	Nu = 0.057 Ra ^{1/2}
Cilindri orizzontali coassiali 	Gas o liquido	—	1 ÷ 5000	$6.3 \times 10^3 \div 10^6$	Nu = 0.11 Ra ^{0.28}
		—	1 ÷ 5000	$10^6 \div 10^8$	Nu = 0.40 Ra ^{0.20}
Sfere concentriche 	Gas o liquido	—	0.7 ÷ 4000	$10^2 \div 10^8$	Nu = 0.228 Ra ^{0.226}