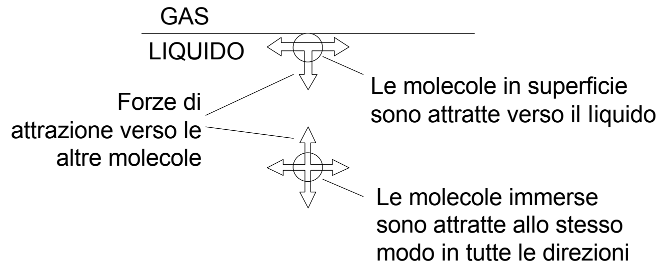
La tensione superficiale

Fenomeni di Trasporto

La tensione superficiale

Le molecole di un fluido **subiscono l'attrazione da parte delle molecole a loro prossime**. Nel seno del fluido la somma di tutte le forze di attrazione è nulla. **Sulla superficie tali forze si compongono** fino a diventare una **forza di attrazione** verso l'interno.
Questo si traduce in **un'azione di compressione**.



Definizione

Definiamo la **tensione superficiale** σ: $\delta W_S = \sigma \, dA_S$

δW_S è il lavoro che è necessario fornire dall'esterno per allargare la superficie A_S di un fluido di una quantità dA_S.

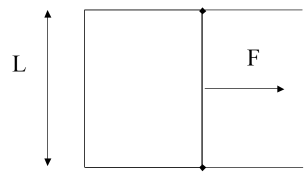
La tensione superficiale così definita è
un'energia per unità di superficie
Si compie un lavoro positivo se si aumenta una superficie di interfaccia (che quindi tende a contrarre).

Poiché un sistema vuole raggiungere uno stato di minima energia, allora un sistema con un'interfaccia vuole avere un'area interfacciale minima.

Oss.: il lavoro di volume è $\delta W_V = -P \, dV$
compio un lavoro positivo se comprimo un fluido (che quindi tende ad espandere)

Effetti della tensione superficiale

Supponiamo di avere un film liquido imbrigliato in un telaio con un lato mobile



lo spostamento del lato mobile del telaio di un tratto **dx** fa crescere l'interfaccia complessiva di un $\mathbf{dA_S = 2\,L\,dx}$

Tale spostamento richiede un lavoro:

$$F\,dx = 2\,\sigma\,L\,dx \rightarrow F = 2\,\sigma\,L$$

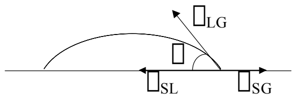
Ossia, la superficie esercita una forza **F** diretta **verso l'interno** (che bisogna vincere), tale che $\mathbf{F/(2L) = \sigma}$

F è proporzionale alla lunghezza su cui agisce

F è diretta tangenz. alla superficie e perpend. al suo perimetro

Angolo di contatto

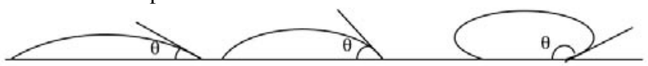
Quando un liquido bagna una superficie solida **si formano tre interfacce: solido-liquido, solido-gas e liquido-gas**
Ognuna delle interfacce esercita la propria tensione, diretta verso il suo interno. **L'angolo di contatto θ viene fuori dal bilancio delle tensioni**



$$\sigma_{SL}+\sigma_{LG}\cos(\theta)=\sigma_{SG}$$

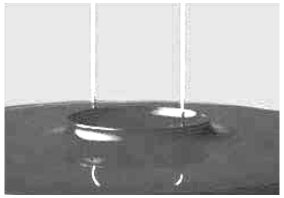
$$\cos(\theta)=(\sigma_{SG}-\sigma_{SL})/\sigma_{LG}$$

Generalmente, si dice che **un liquido bagna una superficie** quando θ **è molto piccolo** (al limite zero), come nel caso di acqua su vetro pulito o mercurio su rame pulito.



Se $\theta > 90°$ si dice che il liquido non bagna la superficie, come nel caso di acqua su teflon pulito o mercurio su vetro pulito.

La misura della tensione superficiale

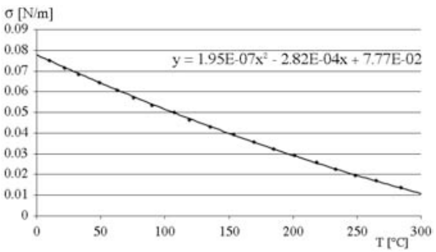


Tensiometro di ***Du Nouy***

La forza necessaria per sollevare l'anello vale

$$F=2(\pi D \sigma)$$

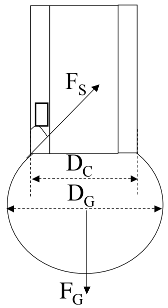
Quanto vale la tensione superficiale?



Interfaccia aria-acqua

$\sigma_{cloroformio-aria}(20°C)=2.7\ 10^{-2}N/m$ $\sigma_{cloroformio-acqua}(20°C)=3.3\ 10^{-2}N/m$
$\sigma_{acido\ oleico-aria}(20°C)=3.3\ 10^{-2}N/m$ $\sigma_{acido\ oleico-acqua}(20°C)=1.6\ 10^{-2}N/m$
$\sigma_{mercurio-aria}(20°C)=0.52\ N/m$ $\sigma_{mercurio-acqua}(20°C)=3.75\ N/m$

Diametro di una goccia da un capillare



La goccia cade quando $F_G=F_S$

$$\frac{\rho\pi D_G^3}{6}g=\sigma\pi D_C\cos(\theta)$$

(trascuriamo la spinta di Archimede)

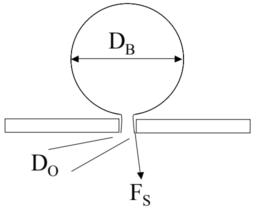
θ inizialmente vale circa 90°, poi diminuisce.
Assumiamo che quando la goccia cade θ≈0

$$D_G=\sqrt[3]{\frac{6\sigma D_C}{\rho g}} \qquad \frac{D_G}{D_C}=\sqrt[3]{\frac{6\sigma}{\rho g D_C}}=\sqrt[3]{\frac{6}{Bo}}$$

$$\text{Bo=(numero di Bond)}=\frac{\rho g D_C^3}{\sigma D_C}=\frac{\text{forza di gravità}}{\text{forza di superficie}}$$

Oss.: sperimentalmente $\frac{D_G}{D_C}=\sqrt[3]{\frac{4.1}{Bo}}$

Diametro di una bolla da un orifizio

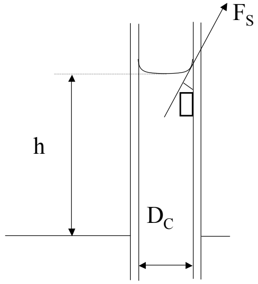


$$D_B = \left[\frac{6 D_O \sigma}{\Delta\rho g}\right]^{1/3} \quad \text{legge di Tate}$$

$$\frac{D_B}{D_O} = \left[\frac{6\sigma}{\Delta\rho g D_O^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{6}{Bo}\right]^{1/3}$$

$$Bo = \frac{\Delta\rho g D_O^2}{\sigma}$$

Risalita (o discesa) di un liquido in un capillare



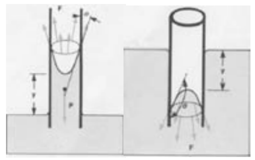
Da un bilancio di forze si ottiene (all'equilibrio):

$$\sigma = \frac{\rho h D_C g}{4 \cos(\theta)}$$

$$\frac{h}{D_C} = \frac{4\sigma\cos(\theta)}{\rho g D_C^2} = \frac{4\cos(\theta)}{Bo}$$

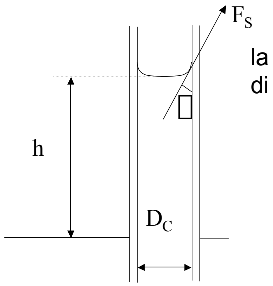
$$Bo = \frac{\rho g D_C^2}{\sigma}$$

Oss.: l'altezza dipende dall'angolo di contatto, e può anche essere negativa



Acqua Mercurio

Tempo di risalita di un liquido in un capillare



Supponendo moto laminare: $f=16/Re$ la velocità (media sulla sezione) di risalita di un liquido in un capillare si può scrivere

$$v = \left(\frac{\rho g D_c^2}{32\eta}\right)\left(\frac{h}{x} - 1\right)$$

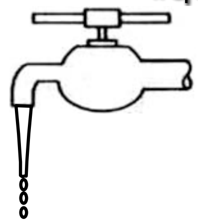
dove x è l'altezza istantanea e h è l'altezza finale:

$$\frac{h}{D_C} = \frac{4\sigma\cos(\theta)}{\rho g D_C^2}$$

Essendo $v=dx/dt$, si ottiene un'equazione differenziale che fornisce:

$$\xi + ln(1-\xi) = -\frac{V}{h}t \quad con \quad V = \left(\frac{\rho g D_c^2}{32\eta}\right) \quad e \quad \xi = \frac{x}{h}$$

Frazionamento di una colonna di liquido in goccioline



Il volume di un cilindro di liquido vale

$$V_c = \pi R_c^2 L$$

Il raggio di una sfera di ugual volume è

$$R_s = \left(\frac{3}{4}\right)^{1/3} R_c^{2/3} L^{1/3}$$

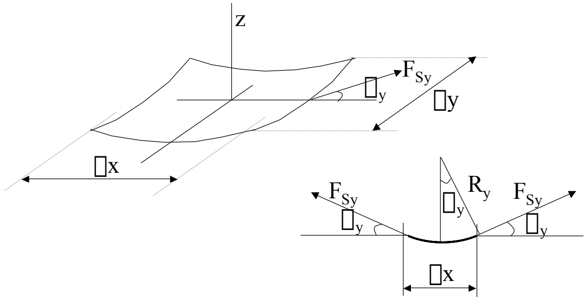
Il rapporto fra le superfici di una sfera e di un cilindro di ugual volume vale:

$$\frac{S_s}{S_c} = \left(\frac{9}{2}\frac{R_c}{L}\right)^{1/3}$$

Se $R_c/L<2/9$ il liquido preferisce formare sfere anziché un cilindro.
Pertanto una perturbazione del sistema porta la formazione di gocce

Forze dovute a superfici curve

Se una superficie è curva, la tensione superficiale ha componenti dirette anche verso l'interno della superficie



La forza normale dovuta alla tensione superficiale vale

$F_{Sz}=2F_{Sy}\ \sin(\alpha_y)+2F_{Sx}\ \sin(\alpha_x)$ con $F_{Sy}=\sigma\Delta y$ e $F_{Sx}=\sigma\Delta x$

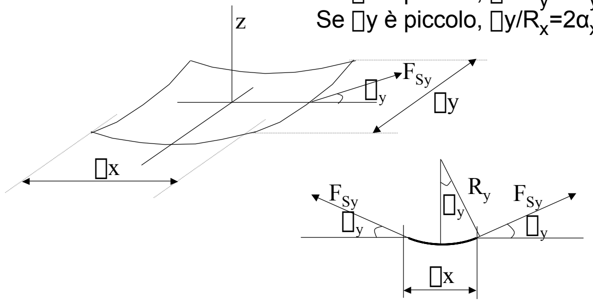
ed è diretta verso la parte concava della superficie

Forze dovute a superfici curve

$F_{Sz}=2\sigma\Delta y\ \ \sin(\alpha_y)+2\sigma\Delta x\ \ \sin(\alpha_x)$

Se Δx è piccolo, $\Delta x/R_y=2\alpha_y\approx 2\sin(\alpha_y)$

Se Δy è piccolo, $\Delta y/R_x=2\alpha_x\approx 2\sin(\alpha_x)$



$F_{Sz}=\sigma\ A\ (1/R_y+1/R_x)$ (Eq. di Young-Laplace)

con $A=\Delta x\ \Delta y$ = proiezione della superficie su un piano

Forze dovute a superfici curve

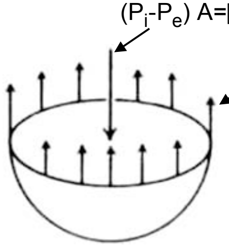
$F_{Sz}=\sigma\ A\ (1/R_y+1/R_x)$

con $A=\Delta x\ \Delta y$ = proiezione della superficie su un piano

Per una superficie sferica: $\mathbf{F_{Sz}=2\ \sigma\ A\ (1/R)}$

Questo vuol dire che, se la superficie curva è chiusa, esiste una differenza fra la pressione interna e quella esterna

$(P_i-P_e)\ A=\Delta P\ A=2\ \sigma\ A\ (1/R) \Rightarrow \Delta P=2\ \sigma\ /R$

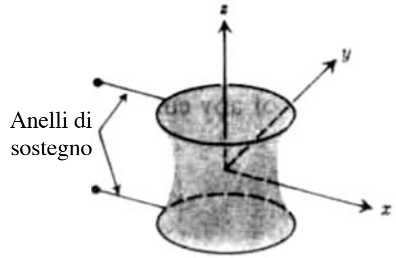


Forze dovute a superfici curve

$F_{Sz}=\sigma\ A\ (1/R_y+1/R_x)$

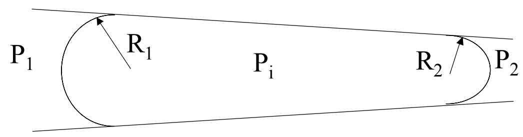
con $A=\Delta x\ \Delta y$ = proiezione della superficie su un piano

Se la superficie è aperta e quindi $P_i=P_e$ il film si dispone in maniera tale che i due raggi di curvatura sono opposti l'uno all'altro, cosicché la forza normale si annulla



Forze dovute a superfici curve
Passaggio di una bolla in una strozzatura

C’è bisogno di una sovrapressione a monte per far passare la bolla attraverso la strozzatura:



$$\left.\begin{aligned} P_i - P_1 &= \frac{2\sigma}{R_1} \\ P_i - P_2 &= \frac{2\sigma}{R_2} \end{aligned}\right\} \quad P_1 - P_2 = 2\sigma\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$