

Esercitazione su entropia e secondo principio

1) Un pezzo di acciaio ($C_p=0.5 \text{ kJ/kg K}$) avente una massa di 40 kg e che si trova alla temperatura di 450°C è bruscamente raffreddato mediante immersione in un bagno di olio ($C_p=2.5 \text{ kJ/kg K}$) di massa pari a 150 kg che si trova alla temperatura di 25°C . Calcolare la variazione di entropia della barra d'acciaio, del bagno d'olio e del sistema bagno d'olio - barra d'acciaio.

Soluzione

Sia per l'acciaio che per l'olio la variazione di entropia è calcolabile come

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

dQ essendo pari, per l' i -esima specie, a $m_i C_{p_i} dT$

da cui

$$\Delta S_{\text{acciaio}} = m_{\text{acciaio}} C_{p_{\text{acciaio}}} \ln \frac{T}{T_{0\text{acciaio}}} \qquad \Delta S_{\text{olio}} = m_{\text{olio}} C_{p_{\text{olio}}} \ln \frac{T}{T_{0\text{olio}}}$$

in cui T è la temperatura a cui si portano l'olio e il pezzo di acciaio in seguito al brusco raffreddamento (che è incognita) e T_0 è la temperatura iniziale dell'acciaio e dell'olio rispettivamente.

Per calcolare T occorre applicare il primo principio, considerando che il sistema, dopo l'immersione della barra d'acciaio, si porti all'equilibrio, senza scambio termico con l'ambiente esterno

$$\Delta U_{\text{olio}} + \Delta U_{\text{acciaio}} = 0$$

$$m_{\text{olio}} C_{p_{\text{olio}}} (T - T_{0\text{olio}}) + m_{\text{acciaio}} C_{p_{\text{acciaio}}} (T - T_{0\text{acciaio}}) = 0$$

da cui si ricava $T = 46.52^\circ\text{C}$.

Si può procedere al calcolo delle variazioni di entropia e si ricavano i seguenti valori

$$\Delta S_{\text{acciaio}} = m_{\text{acciaio}} C_{p_{\text{acciaio}}} \ln \frac{T}{T_{0_{\text{acciaio}}}} = -16.33 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{\text{olio}} = m_{\text{olio}} C_{p_{\text{olio}}} \ln \frac{T}{T_{0_{\text{olio}}}} = 26.13 \text{ kJ/K}$$

per cui la variazione di entropia del sistema è pari a 9.80 kJ/K.

2) Calcolare la temperatura a cui si porta metano a seguito di espansione adiabatica reversibile, passando dalla pressione (P_1) di 5 bar alla pressione (P_2) di 1 bar, la temperatura iniziale (T_1) essendo pari a 550 K.

Soluzione

Una trasformazione reversibile adiabatica è di per sé iso-entropica. Pertanto, considerando il metano come gas ideale, si ha:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{RT} dT - \ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{R} \langle C_p \rangle_s \ln \frac{T_2}{T_1} - \ln \frac{P_2}{P_1} = 0 \quad (1)$$

in cui è stato evidenziato il $\langle C_p \rangle_s$, ovvero il *calore specifico medio entropico*, esprimibile come di seguito

$$\frac{\langle C_p \rangle_s}{R} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{RT} dT}{\ln \frac{T_2}{T_1}} = A + \left[BT_1 + \left(CT_1^2 + \frac{D}{\tau^2 T_1^2} \right) \left(\frac{\tau+1}{2} \right) \right] \left(\frac{\tau-1}{\ln \tau} \right) \quad (2)$$

essendo $\tau = \frac{T_2}{T_1}$

Dall'eq.(1) si ottiene

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{\ln \frac{P_2}{P_1}}{\langle C_p \rangle_s} R \quad (3)$$

che si può risolvere in modo iterativo come nella tabella seguente

T_2 (i) [K]	τ [-]	$\langle Cp \rangle_s / R$ [-]	T_2 (calc) [K]
500.0	0.910	5.870	412.0
412.0	0.750	5.545	411.4
411.4	0.747	5.538	411.0

3) Vapore surriscaldato ($T_1=260^\circ\text{C}$, $P_1=1000$ kPa) espande reversibilmente e adiabaticamente fino alla pressione di 200 kPa (P_2): si vuole conoscere lo stato finale del vapore, nonché la variazione di entalpia e di entropia associata alla trasformazione stessa.

Soluzione

Essendo la trasformazione reversibile ed adiabatica non si ha variazione di entropia. L'entropia del vapore surriscaldato a 1000 kPa e a 260°C si può ricavare dalle tabelle (F.2) relative al vapore surriscaldato: $S_1 = S_2 = 6.9680$ kJ/(kg K).

Alla fine dell'espansione il sistema si porta a 200 kPa, in corrispondenza del quale valore si ha una entalpia del vapore saturo che vale 7.12 kJ/(kg K), che è maggiore di S_2 . Questo significa che si è in presenza della fase liquida oltre che della fase vapore e che il sistema si trova ancora alla temperatura di saturazione a quella data pressione ($T_2=120.23^\circ\text{C}$). Quindi alla entropia S_2 contribuisce sia la fase liquida che quella vapore, secondo l'equazione

$$S_2 = S_2^L(1 - x_2^V) + S_2^V x_2^V$$

in cui S_2^L è l'entropia del liquido saturo a 200 kPa e S_2^V è l'entropia del vapore saturo a 200 kPa.

Si ottiene $x_2^V = 0.9716$.

Nota la frazione di vapore, si può calcolare l'entalpia assunta dal sistema nello stato 2:

$$H_2 = H_2^L(1 - x_2^V) + H_2^V x_2^V = 2644$$
 kJ/kg